

## Travail III

(Résoudre chacun des problèmes à l'aide de Maple)

1. Effectuer

a)  $\int \frac{\operatorname{arccosec}(ax)}{x^2} dx$

c)  $\int \frac{1}{x^5 \sqrt{3x - x^2}} dx$

b)  $\int_0^{\infty} x^5 e^{-x} dx$

d)  $\int_1^{\pi/2} \cot^3 x \ln x dx$

2. Soit la région R bornée par les courbes des fonctions

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1 \text{ et } g(x) = x^4 - 2x + 2$$

- Calculer l'aire de la région R,
- Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la région R autour de la droite  $y = -1$ ,
- Calculer le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la région R autour de la droite  $x = 2$ .

(Donner vos réponses sous forme décimale)

3. Trouver la valeur de  $c$  pour que l'aire de la région bornée par les paraboles d'équations  $f(x) = 1 - x^2$  et  $g(x) = cx^2$  soit de 100 unités<sup>2</sup>

(Donner votre réponse sous forme symbolique).

4. Soit la région bornée par l'axe des  $x$ , la courbe d'équation  $y = x \sin x$  entre  $x = 0$  et  $x = \pi$ .

- Représenter graphiquement la région.
- Trouver l'équation de la droite verticale  $x = c$  qui divise cette région en deux aires égales.

5. Soit la fonction  $f(x) = x^2 - 3x - 1$ .

- Quelle est la longueur totale de la courbe de cette fonction sur l'intervalle  $[0, 2]$  ?
- Si de l'origine au point  $(c, f(c))$ , la courbe a une longueur de 20 unités, on demande de trouver la valeur de  $c$  ( $c > 0$ ).

6. Un baril est rempli de vin. Il a un rayon de 30 cm aux extrémités et de 40 cm au milieu. La hauteur du baril est de 1 m. Combien de litres de vin contient-il sachant que sa forme est parabolique? (1 litre occupe un volume d'environ 1 dm<sup>3</sup>)

INDICE: Puisque le baril a une forme parabolique, cherchez d'abord l'équation d'une parabole qui permettrait de définir une région dont la rotation engendre un solide ayant la forme et les dimensions de notre baril.